

高应力下颗粒材料一维力学特性研究(II):蠕变性质

王者超^{1,2}, 李术才¹

(1. 山东大学 岩土与结构工程中心, 济南 250061; 2. 卡尔加里大学 土木工程系, 加拿大 卡尔加里 T2N1N4)

摘要: 现场和试验观测表明, 高应力下砂土的蠕变过程伴随着颗粒破碎现象。通过开展砂土的一维蠕变试验发现, 试样的颗粒破碎量随时间增加而增加, 且蠕变速率与颗粒破碎速率成正比。在此基础上, 分析了蠕变过程中能量转化关系, 利用表面物理学和分形几何学理论, 得到了一维蠕变条件下颗粒破碎速率与宏观蠕变速率之间的关系表达式。研究结果表明, 高应力一维蠕变条件下颗粒材料的宏观蠕变速率与颗粒破碎速率成正比。最后, 对该研究采用的等效化方法进行了讨论。

关键词: 砂土; 一维蠕变; 颗粒破碎; 分形; 表面张力

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

One-dimensional mechanical behavior of granular materials at high stresses (Part II): Creep behavior

WANG Zhe-chao^{1,2}, LI Shu-cai¹

(1. Research Center of Geotechnical and Structural Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China;

2. Department of Civil Engineering, University of Calgary, Calgary T2N1N4, Canada)

Abstract: It is shown in both field and laboratory observations that the creep process of granular materials is accompanied by grain crushing. One-dimensional creep tests were conducted on sands. It is found in the tests that the amount of crushed grains increases with time at specified stresses; and the grain crushing rate is directly proportional to creep rate. Based on these findings, energy conversion in the process of grain crushing is analyzed; and the relationship between grain crushing rate and creep rate is obtained. It is concluded that the creep rate is directly proportional to grain crushing rate when granular materials are subject to creep at high stresses.

Key words: sands; one-dimensional creep; grain crushing; fractals; surface tension

1 引言

近年来, 随着超高层建筑、大型水电、交通、港口等基础设施建设规模的日益扩大, 粗粒土颗粒破碎问题逐渐引起人们的重视^[1]。现场和试验观测表明, 在高土石坝底端^[2-4]和端桩持力层^[5-6]中粗粒土发生明显的颗粒破碎现象。为了理解这种破碎现象, 人们开展了一系列的研究工作, 在颗粒破碎对材料的变形与强度^[4, 7-8]、压缩性^[3, 9-10]和渗透性^[3, 11]影响等方面取得了大量成果。然而, 已有的研究多集中于材料的瞬时行为, 而高应力下颗粒破碎对材料长期行为影响的研究则较为少见。

试验方面, Leung 等^[5]在硅质砂土的一维蠕变试验中发现, 试验前后颗粒分布曲线发生了明显变

化。陈晓斌等^[12]在红砂岩粗粒土的一维高应力蠕变试验中, 发现颗粒破碎具有主导作用。而一些建成的蓄水面板堆石坝的观测结果表明, 堆石的流变现象是与颗粒破碎密不可分的^[2], 此外, 研究者在食品的蠕变试验中也发现了颗粒破碎现象^[13]。理论方面, 梁军等^[2]通过回归分析, 确定了一维蠕变条件下堆石颗粒破碎与固结应力经验关系式。

围绕颗粒破碎对材料蠕变行为的影响, 人们对蠕变过程中材料的宏观蠕变速率与微观颗粒破碎性质的关系, 以及如何理解这种关系等问题还并不十分清楚。作为高应力下颗粒材料力学性质研究的第2部分, 本文首先介绍笔者开展的一维砂土蠕变试验, 然后在第1部分工作基础^[14]上, 分析砂土在一维蠕变中颗粒破碎速率与宏观压缩率之间的理论关

系。试验和理论分析表明, 高应力一维蠕变条件下颗粒材料的蠕变速率与颗粒破碎速率成正比。最后, 本文对研究采用的方法进行了讨论。

2 一维砂土蠕变试验

试验材料采用 ASTM 20/30 渥太华砂。砂土的物理性质、试样制备方法及其试验设备见文献[15]介绍, 此处不再赘述。

本研究中, 为得到不同蠕变速率下试样中的颗粒破碎速率, 在 10、18 MPa 和 28 MPa 3 个应力水平分别开展了蠕变时间为 15、30、60 min 和 120 min 的 12 个蠕变试验。试验后开展了筛分试验。

试验所得的蠕变曲线如图 1 所示。从图中可以看出, 砂土的蠕变速率随应力水平增加而增加, 并且随着时间增加而减小。一维压缩和蠕变试验中渥太华砂在 28 MPa 压力作用不同时间后颗粒分布曲线如图 2 所示。按照文献[15]定义, 颗粒破碎量为颗粒破碎后小于初始最小颗粒尺寸的颗粒质量占总质量的百分比。从图中可见, 相同应力水平下颗粒破碎量随时间增加而增加。

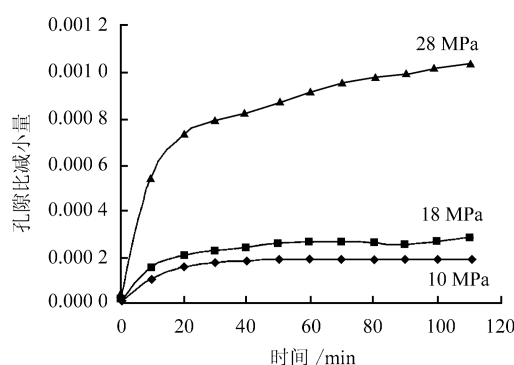


图 1 渥太华砂的一维蠕变曲线

Fig.1 Creep curves of Ottawa sand in 1D creep tests

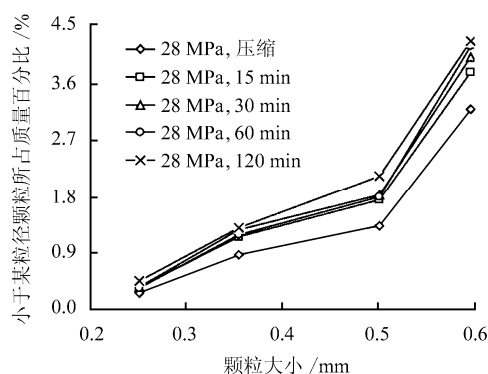


图 2 渥太华砂在 28 MPa 压力作用不同时间后颗粒分布曲线
Fig.2 Grain size distribution curves of Ottawa sand in 1D compression and creep tests at 28 MPa

各个试样的平均蠕变速率和平均颗粒破碎速率关系如图 3 所示。从图中可以看出, 一维蠕变试验中, 试样的蠕变速率与颗粒破碎速率大体上成正比关系, 并可用下式表达:

$$\dot{\epsilon} = 0.123 \, 8 \dot{\phi}_c \quad (1)$$

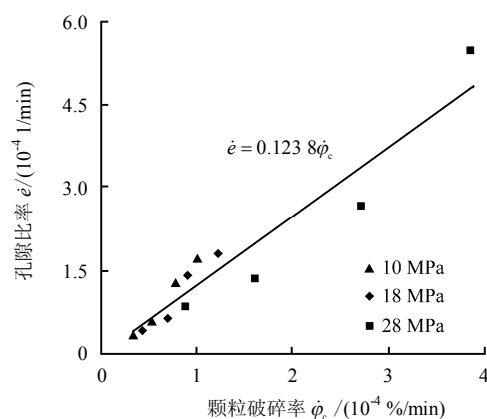


图 3 渥太华砂一维蠕变速率和颗粒破碎速率关系
Fig.3 Creep rate-grain crushing rate relation of Ottawa sand in 1D creep tests

3 理论分析

文献[14]中, 笔者分析了颗粒破碎过程中能量转换关系, 并利用分形几何学和表面物理学理论, 得到了一维压缩中颗粒破碎量和压缩量之间关系。本节中, 沿用文献[14]分的理论框架, 将具体分析蠕变过程中颗粒分布曲线演化模式和破碎前后表面积增量; 定义蠕变过程中等效表面张力与应力和颗粒等效尺寸表达式; 最后分析一维蠕变过程中颗粒破碎速率和蠕变速率之间的理论关系。

3.1 颗粒分布曲线演化模式

就笔者所知, 到目前为止还未见有任何关于蠕变条件下颗粒分布曲线演化模式的研究。从图 2 不难看出, 蠕变后颗粒分布曲线与压缩后分布曲线几乎平行, 而 Leung 等^[5]也发现一维蠕变试验后颗粒破碎形状与压缩后破碎形状并无明显差别, 因此, 本文假设蠕变后颗粒分布曲线与压缩后颗粒分布曲线平行, 即蠕变后颗粒破碎产物也服从分形分布, 如图 4 所示。材料中初始最小和最大颗粒尺寸分别为 d_s 和 d_1 ; 在应力 σ 压缩作用下, 材料中较小颗粒 (粒径由 d_s 至 d_2) 发生破碎, 破碎产物尺寸 (粒径由 d_1 至 d_2) 分布由线段 $t=0$ 表示; 在应力 σ 作用 t min 后, 压缩中未破碎颗粒的较小颗粒 (粒径由 d_2 至 d_2') 和压缩中破碎产物发生了破碎, 破碎后颗粒产物尺寸分布由线段 $t=t$ 表示, 并且, 压缩和蠕变后颗粒分布曲线均服从分形分布。

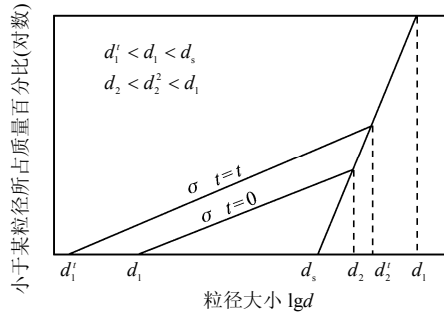


图4 一维蠕变条件下颗粒材料颗粒分布曲线演化示意图
Fig.4 Grain size evolution in 1D creep of granular materials

3.2 破碎前后试样比表面积增量

如文献[14]所述,在一维压缩中试样表面积增量源于较小颗粒破碎。而在一维蠕变过程中,试样比表面积增量来自两部分,一是在压缩中颗粒破碎产物的再次破碎,二是来自压缩中未破碎颗粒的破碎。

按照文献[14]思路,蠕变后颗粒破碎产物比表面积可表示为

$$s'_c = \frac{\beta_s}{\beta_v} \frac{1}{\sqrt{d'_1 d'_2}} \quad (2)$$

式中: β_s 、 β_v 分别为破碎产物表面和体积形状因子; d'_1 和 d'_2 分别为蠕变后破碎产物最小和最大颗粒尺寸。据此,整个试样的比表面积增量可以表示为

$$ds = (s'_c - s_{c1}) \frac{V_{c1}}{V_s} + (s'_c - s_{c2}) \frac{V_{c2}}{V_s} \quad (3)$$

式中: V_s 为试样中颗粒的固体体积; V_{c1} 为压缩中颗粒破碎产物的固体体积; V_{c2} 为压缩中未破碎但蠕变中破碎颗粒的固体体积; s_{c1} 为压缩后颗粒破碎产物比表面积; s_{c2} 为颗粒初始比表面积,并有

$$s_{c1} = \frac{\beta_s}{\beta_v} \frac{1}{\sqrt{d_1 d_2}}; s_{c2} = \frac{\beta_s}{\beta_v} \frac{1}{\chi \sqrt{d_2 d'_2}} \quad (4)$$

式中: χ 为初始颗粒分布曲线的分布系数。把式(2)、(4)代入式(3),得到破碎前后试样比表面积增量表达式:

$$ds = \frac{\beta_s}{\beta_v} \left(\frac{1}{\sqrt{d'_1 d'_2}} - \frac{1}{\sqrt{d_1 d_2}} \right) + \frac{\beta_s}{\beta_v} \left(\frac{1}{\sqrt{d'_1 d'_2}} - \frac{1}{\chi \sqrt{d_2 d'_2}} \right) \frac{V_{c2}}{V_s} \quad (5)$$

3.3 外力作用下试样的表面能

为便于理解,文献[15]中将颗粒破碎过程分解为2个过程,首先是颗粒受力,同时储存能量的过程,然后颗粒破碎,同时释放所储存能量。在能量

释放过程中,新增表面能和释放的声发射能总和应等于表面张力所做得功,即 E_c 应与颗粒破碎过程表面张力做功相等。与压缩不同,在蠕变过程中能量储存和能量释放过程并不是瞬时的,而是与时间相关的。

由式(2)可知,蠕变过程中等效尺寸可用 $\sqrt{d'_1 d'_2}$ 表示。类似于压缩过程,可以将蠕变过程中等效表面张力与等效曲率半径和施加在整个试样上的应力的关系可以表达为

$$\sigma = H_v \frac{\tau^{eq}}{\sqrt{d'_1 d'_2}} \quad (6)$$

式中: τ^{eq} 为试样在应力 σ 作用下等效表面张力; H_v 为比例系数,与颗粒材料长期破碎性质相关。

因此,由式(5)、(6)可以得到试样在应力 σ 作用 t min 后消散到颗粒破碎过程中能量:

$$E_c = \tau^{eq} ds = \frac{H_v \sigma}{1 + e_0} \frac{\beta_s}{\beta_v} \left[\left(1 - \frac{\sqrt{d'_1 d'_2}}{\sqrt{d_1 d_2}} \right) \frac{V_{c1}}{V_s} + \left(1 - \frac{\sqrt{d'_1 d'_2}}{\chi \sqrt{d_2 d'_2}} \right) \frac{V_{c2}}{V_s} \right] \quad (7)$$

式中: e_0 为材料屈服孔隙比。

3.4 颗粒破碎量与压缩量关系

如文献[15]所述,一维压缩或蠕变过程中能量守恒方程可写为

$$e = e_0 - \frac{1}{\mu} \frac{E_c}{\sigma} \quad (8)$$

把式(7)代入能量守恒方程式(8),有

$$e = e_0 - \frac{H_v}{\mu} \frac{\beta_s}{\beta_v} \left[\left(1 - \frac{\sqrt{d'_1 d'_2}}{\sqrt{d_1 d_2}} \right) \frac{V_{c1}}{V_s} + \left(1 - \frac{\sqrt{d'_1 d'_2}}{\chi \sqrt{d_2 d'_2}} \right) \frac{V_{c2}}{V_s} \right] \quad (9)$$

式中: μ 为与摩擦角有关的常数。假设颗粒破碎尺寸有以下关系:

$$\frac{\sqrt{d'_1 d'_2}}{\sqrt{d_1 d_2}} \approx 1; \frac{\sqrt{d'_1 d'_2}}{\chi \sqrt{d_2 d'_2}} \ll 1 \quad (10)$$

则式(9)可以写成

$$e = e_0 - \frac{H_v}{\mu} \frac{\beta_s}{\beta_v} \frac{V_{c2}}{V_s} \quad (11)$$

假设颗粒破碎后密度不变,试样蠕变过程中颗粒破碎速率可表示为

$$\dot{\phi}_c = \frac{d(V_{c2}/V_s)}{dt} \quad (12)$$

式(11)对时间求导, 得到蠕变速率和颗粒破碎速率之间的关系式:

$$\dot{\epsilon} = C_v \dot{\phi}_c \quad (13)$$

式中: C_v 为材料的颗粒蠕变破碎指数, 且有

$$C_v = \frac{H_v \beta_s}{\mu \beta_v} \quad (14)$$

至此, 借助分形几何学和表面物理学的理论, 建立了一维蠕变试验中孔隙比表示的蠕变速率与颗粒破碎速率之间的一般关系(式(9))。当颗粒破坏程度扩展到一定程度, 砂土等颗粒材料的孔隙比与颗粒破碎速率呈线性关系(式(13)), 且其系数, 颗粒蠕变破碎指数与颗粒形状、摩擦系数以及颗粒蠕变破碎比例系数有关。

3.5 试验与理论对比分析

对比式(1)和式(13), 本文的理论分析与试验观测相吻合, 即高压下砂土等颗粒材料的一维蠕变速率与颗粒破碎速率成正比。

本文开展的砂土一维蠕变试验中, 渥太华砂的颗粒蠕变破碎指数 $C_v = 0.1238$ 。Harr^[16]的研究结果表明, 石英质砂颗粒的 β_s/β_v 约为 14~18。一般地, 砂土摩擦角接近 30°。据此, μ 约为 0.167。将上述值代入颗粒蠕变破碎指数表达式(式(14)), 得到渥太华砂的颗粒压缩破碎比例系数 H_v 约为 0.0012。

4 分析与讨论

土的研究最早采用了连续介质理论, 研究重点在于土的宏观强度和变形。但随着研究的深入, 人们越来越认识到土作为离散体材料的特殊性。于是, 人们尝试把土的宏观性质与微观结构联系起来研究土的性质。联系的桥梁就是同一化^[18-19]。研究中人们通常采用 2 种方法: 平均和统计, 通过单个颗粒的位移和接触力得到整个集合体应变和应力的过程, 普遍采用平均方法^[18], 而通过单个颗粒强度得到整个颗粒集合体强度的过程, 则常常采用统计方法^[9]。

在连续介质损伤力学中, 为了比较有损和无损状态下材料的性质, 人们提出了材料的等效性假设。在此假设基础上的损伤度或连续性概念并无几何上的真实意义, 而是材料劣化的间接表征。因此, 从某种程度上讲, 等效也是同一化的一种方法。在本研究中笔者借鉴了损伤力学中的等效性假设概念, 将颗粒破碎这个复杂过程, 用颗粒比表面积及等效表面张力进行了简化描述。连续介质损伤力学

和本文的等效性假设对比见表 1。本研究中, 等效表面张力反映了问题中力的因素, 而比表面积则反映了变形的因素。

表 1 连续介质损伤力学和本文研究等效性假设对比表
Table 1 Comparison of equivalent concepts in continuum damage mechanics and in this study

类别	连续介质力学	损伤力学 ^[16]	本研究
力	应力 σ	等效应力 σ^{eq}	等效表面张力 τ^{eq}
变形	应变 ϵ	应变 ϵ	比表面积 s
能量	$E = \int \sigma d\epsilon$	$E^d = \int \sigma^{\text{eq}} d\epsilon$	$E_c = \int \tau^{\text{eq}} ds$

5 结 论

(1) 高应力下颗粒材料的一维蠕变速率与颗粒破碎速率成正比。

(2) 颗粒材料在一维蠕变过程中颗粒分布曲线演化模式与一维压缩过程中相同。

(3) 基于表面物理学和分形几何学的能量法可以有效地分析颗粒材料的一维蠕变过程中的颗粒破碎性质。

本研究的试验数据还不充分, 理论分析中一些假设还需要进一步地检验与完善, 但与文献[13]相结合, 可为人们认识颗粒材料性质提供了一种新的思路和方法, 以期起到抛砖引玉的作用。

致谢: 感谢卡尔加里大学土木工程系 Dr. Ron C.K. Wong 为本研究提供经费, 并感谢土木工程系提供试验材料和设备。

参 考 文 献

- [1] 张家铭, 汪稔, 张阳明, 等. 土体颗粒破碎研究进展[J]. 岩土力学, 2003, 24(增刊): 661—665.
ZHANG Jia-ming, WANG Ren, ZHANG Yang-ming, et al. Advance in studies of soil grain crush[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(Supp.): 661—665.
- [2] 梁军, 刘汉龙, 高玉峰. 堆石蠕变机理分析与颗粒破碎特性研究[J]. 岩土力学, 2003, 24(3): 479—483.
LIANG Jun, LIU Han-long, GAO Yu-fong. Creep mechanism and breakage behaviour of rockfill[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(3): 479—483.
- [3] HAGERTY M M, HITE D R, ULLRICH C R, et al. One-dimensional compression of granular media[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1993, 119(1): 1—18.
- [4] LADE P V, YAMAMURO J A, BOPP P A. Significance of particle crushing in granular materials[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1996, 122(4): 309—316.

- [5] LEUNG C F, LEE F H, YET N S. The role of particle breakage in pile creep in sand[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1996, 33(6): 888—898.
- [6] 张季如, 祝杰, 黄文竞. 侧限压缩下石英砂砾的颗粒破碎特性及其分形描述[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(6): 783—789.
ZHANG Ji-ru, ZHU Jie, HUANG Wen-jing. Crushing and fractal behaviors of quartz sand-gravel particles under confined compression[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2008, 30(6): 783—789.
- [7] 吴京平, 褚瑶, 楼志刚. 颗粒破碎对钙质砂变形及强度特性的研究[J]. 岩土工程学报, 1997, 19(5): 49—55.
WU Jing-ping, CHU Yao, LOU Zhi-gang. Influence of particle breakage on deformation and strength properties of calcareous sands[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1997, 19(5): 49—55.
- [8] UENG T S, CHEN T J. Energy aspects of particle breakage in drained shear of sands[J]. **Geotechnique**, 2000, 50(1): 65—72.
- [9] NAKATA Y, KATO Y, HYODO M, HYDE A F L, MURATA H. One-dimensional compression behavior of uniformly graded sand related to single particle crushing strength[J]. **Soils and Foundations**, 2001, 41(2): 39—51.
- [10] MCDOWELL G R, BOLTON M D. On the micromechanics of crushable aggregates[J]. **Geotechnique**, 1998, 48(5): 667—679.
- [11] 刘松玉, 童立元, 邱钰, 等. 煤矸石颗粒破碎及其对工程力学性质特性影响研究[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(5): 505—510.
LIU Song-yu, TONG Li-yuan, QIU Yu, et al. Crushable effects on engineering mechanical properties of colliery wastes[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2005, 27(5): 505—510.
- [12] 陈晓斌, 张家生, 安关峰. 红砂岩粗粒土流变机理试验研究[J]. 矿冶工程, 2006, 26(6): 16—24.
CHEN Xiao-bin, ZHANG Jia-sheng, AN Guan-feng. Tests for rheological mechanism of coarse-grained red sandstone soil[J]. **Mining and Metallurgical Engineering**, 2006, 26(6): 16—24.
- [13] MCDOWELL G R, KHAN J J. Creep of granular materials[J]. **Granular Matter**, 2003, 5(3): 115—120.
- [14] 王者超, 李术才. 高应力下颗粒材料一维力学特性研究 (I): 压缩性质[J]. 岩土力学, 2010, 31(10): 3051—3057.
WANG Zhe-chao, LI Shu-cai. One-dimensional mechanical behavior of granular material under high stresses (Part I): Compression behavior[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(10): 3051—3057.
- [15] HARR M E. Mechanics of particulate media[M]. New York: McGraw-Hill, 1977.
- [16] CAMBOU B, DUBUJET PH, EMERIAULT F, et al. Homogenization for granular materials[J]. **European Journal of Mechanics, A/Solids**, 1995, 14 (2): 225—276.
- [17] BAGI K. Stress and strain in granular assemblies[J]. **Mechanics of Materials**, 1996, 22: 165—177.
- [18] CAMBOU B, DUBUJET Ph. Difficulties and limitation of statistical homogenization in granular materials[J]. **Lecture Notes in Physics**, 2001, 568: 205—214.
- [19] 沈为. 损伤力学[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1995.
- [8] 高长胜, 魏汝龙, 陈生水. 抗滑桩加固边坡变形破坏特性离心模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(1): 145—148.
GAO Chang-sheng, WEI Ru-long, CHEN Sheng-shui. Centrifugal model tests on deformation of slopes reinforced with piles[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2009, 31(1): 145—148.
- [9] 油新华, 李晓. 国外离心模型试验技术在边坡工程中的应用现状与展望[J]. 工程地质学报, 2008, 8(4): 442—445.
YOU Xin-hua, LI Xiao. Current status and prospect of application of centrifugal model test to slope engineering[J]. **Journal of Engineering Geology**, 2008, 8(4): 442—445.
- [10] 杜建成, 杜瑞成. 连拱支墩挡墙土压力的分布[J]. 工程力学, 2000, 16(增刊): 474—478.
DU Jian-cheng, DU Rui-cheng. Earth pressure distribution of double-arch buttress retaining-wall[J]. **Engineering Mechanics**, 2000, 16(Supp.): 474—478.
- [11] 杨广庆, 周亦涛, 周乔勇, 等. 土工格栅加筋土挡墙试验研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(1): 206—210.
YANG Guang-qing, ZHOU Yi-tao, ZHOU Qiao-yong, et al. Experimental research on geogrid reinforced earth retaining wall[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(1): 206—210.
- [12] ITO T Matsui, WON Pyo Hong T. Design method for stabilizing piles against landslide-one row of piles[J]. **Soils and Foundations**, 1981, 21(1): 21—37.
- [13] 龚慈, 魏纲, 徐日庆. RT模式下刚性挡墙土压力计算方法研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(9): 1588—1592.
GONG Ci, WEI Gang, XU Ri-qing. Earth pressure against rigid retaining wall rotating about top[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(9): 1588—1592.

上接第 3384 页